CienciaOnline
$\int$Matemáticas$\int$

Lorenzo Hernández

2 de diciembre de 2013

Un récord armónico. $\int$

Cuando se supera un récord debemos de tener en cuenta si ha sido independiente o dependiente de otros récords anteriores. Por ejemplo, en las olimpiadas los récords que se baten son dependientes de los anteriores. Cada nueva marca es el resultado de un esfuerzo competitivo que no es independiente de todos los intentos anteriores de realizar la misma proeza. Los saltadores de pértiga aprenden nuevas técnicas, se mejoran los trajes de los nadadores, etc.

Existen, sin embargo, otra clase de récords que surgen en secuencias de acontecimientos que, se da por hecho, son independientes entre sí. Un buen ejemplo es el récord de temperatura en la Tierra.

¿Podremos predecir el siguiente récord? ¿Nos pueden decir las matemáticas algo sobre si hay o no calentamiento global o, al menos, que la subida de temperatura no es aleatoria sino que forma parte de una tendencia sistemática no aleatoria? Esto es lo que se pregunta John D. Barrow en uno de los capítulos de su libro «El salto del tigre. Las matemáticas de la vida cotidiana». Barrow argumenta lo siguiente.

Supongamos que queremos medir la temperatura una serie de años y contar los récords que se producen. El primer año en que empezamos a medir la temperatura contará como el primer récord. En el segundo año, si la temperatura es independiente de la del año anterior, la probabilidad de que supere el registro del primer año es de $1/2$. Por tanto, la cantidad de años récord que esperamos en los dos primeros años es $1+1/2$. En el tercer año hay apenas dos formas en que las seis posibles clasificaciones (esto es, una posibilidad de uno entre tres) de las temperaturas de los años 1, 2 y 3 pueden producir un récord en este último año. Por tanto, el número de años récord después de tres años de registros es $1 + 1/2 + 1/3$. Si seguimos adelante se hallará que después de n años independientes de recopilación de datos, la cantidad esperada de años récord es la suma de una serie de n fracciones:

$$1+ \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots \frac{1}{n}$$

Ésta es la famosa serie "armónica". Si llamamos H(n) a la suma total de n términos, tenemos que H(1) = 1; H(2) = 1,5; H(3) = 1,833; H(4) = 2,083; y así sucesivamente. Los más interesante acerca de la suma de esta serie es que crece de forma muy lenta a medida que el número de términos aumenta, de manera que H (256) = 6,12, pero H (1000) = 7,49 y H (1000000) = 14, 39.

De hecho, cuando n se hace muy grade H(n) aumenta sólo tan rápido como el logaritmo de n y se aproxima muchísimo a 0,58 + ln(n).

¿Nos dice esto algo sobre los récords de temperatura y una posible subida de las temperaturas? Nos indica que los récords, cuando los acontecimientos se producen de forma aleatoria, son muy raros.

Supongamos que hubiéramos podido medir la temperatura en España desde 1748 hasta el 2004, un período de 256 años. Entonces predecimos que deberíamos de hallar sólo H (256) = 6,12, o aproximadamente seis récord de máximas (o mínimas) temperaturas y tendríamos que esperar más de un millar de años para tener posibilidades favorables de hallar siquiera ocho récord.

Si los nuevos récord se convierten en bastantes más comunes de lo que la serie armónica predice, significaría que los sucesos climáticos anuales ya no son acontecimientos independientes, sino que están empezando a formar parte de una tendencia sistemática no aleatoria.