CienciaOnline
$\int$ Matemáticas $\int$

LORENZO HERNÁNDEZ

15 de diciembre de 2013

Índice

1. ¿Cuál es el número más cercano a 3?$\int$ 3

2. ¿Es usted una persona corriente?$\int$ 3

3. ¿Cuántos matemáticos trabajan en la TV?$\int$ 4

4. La media no está en el medio.$\int$ 5

5. Un récord armónico.$\int$ 8

1. ¿Cuál es el número más cercano a 3?∫

Respuesta rápida es el 2 y el 4. Pero esta respuesta es incompleta ya que tan sólo estamos considerando los números enteros (naturales), aquéllos que usamos normalmente para contar (1, 2, 3...).

Si consideramos la línea de los números reales, que incluye tanto a los números racionales, es decir, los que pueden ser expresados como una fracción compuesta por dos enteros (3/4, -21/3, 5, 0, 1/2), como los irracionales, por ejemplo, π o raíz de 2, no se puede definir el número más cercano a un número real; es decir, dado, por ejemplo, el 3, no existe un número que sea el más próximo de todos a ese valor.

¿Cuá sería: el 2.9, 2.99, 2.999,... 2.9999999999? ¿O el 3.01, 3.001, 3.0001,...3.000000001?

Esto ocurre porque la línea de los números reales es continua, sin embargo, la línea de los números enteros no es continua, pues hay un salto de una unidad entre dos enteros consecutivos, por ejemplo entre el 6 y el 7.

Esto, que puede parecer un ejercicio mental de matemática básica, es una idea que se ha trasladado a la física. Así, los físicos consideran que el espacio es continuo, al menos hasta distancia tan cortas como 10^{-24} metros.

Es decir, que en el espacio ordinario no existe una distancia mínima a recorrer a la hora de trasladar una partícula, un quark o un electrón, por ejemplo. En un continuo, la ausencia de un intervalo mínimo implica la existencia de infinitas operaciones posibles de simetría traslacional.

2. ¿Es usted una persona corriente?∫

¿Es usted una persona corriente? Es una de las preguntas que Martin Gardner se plantea en su libro "¡Ajá! Paradojas que hacen pensar". Si usted se considera una persona normal y corriente, sin nada especial, sin ninguna habilidad concreta ni que destaque por algún talento, espere, no se vaya a deprimir, que puede que haya solución para su "mal".

Imagínese que se hacen dos listas: una con personas interesantes (deportistas, músicos, poetas, científicos) y otra con personas corrientes, es decir personas que piensen que no saben hacer nada que valga la pena. En la lista de personas corrientes habrá uno que sea el más insignificante, el que sabe hacer menos que nadie, el que no posea ni un mínimo de talento para nada. Sería la única persona con dichas características y eso juntamente lo haría muy interesante. Entonces tendremos que trasladarla a la lista de personas interesantes. Este Señor o Señora será "Supercorriente", el más corriente del mundo, lo que le hace interesante. Si pasamos a esta persona a la lista de interesantes habrá otra persona que ocupará su lugar y será la más común de todas, convirtiéndose así en interesante.

Al final, todo el mundo acabará por ser interesante. Y es que todos tenemos algo que los demás no poseen. Aunque no sepamos qué.

Esta paradoja, que es una variante de la "demostración" de que todo número entero positivo es interesante, la inventó Edwin F. Bechenbach en 1945 y la dio a conocer en The American Mathematical Monthly titulada "Interesting Integres".

3. ¿Cuántos matemáticos trabajan en la TV? $\int$

Realmente no lo sé, pero me da la impresión de que muy pocos o ninguno. Y si trabajan, no les dejan aplicar las matemáticas para mejorar la información.

Es evidente que a los medios de comunicación les es rentable exagerar y tener la máxima audiencia. Pero esto tiene un precio que pagamos todos y que se introduce en nuestro inconsciente desde que somos niños. No hay más que escuchar los planes de futuro de algunos adolescentes: hacerse famosos siguiendo los pasos de sus ídolos mediáticos.

Los que trabajan en televisión se suelen interesar por el pasado de artistas, músicos, deportistas, científicos... y cómo llegaron a tener éxito (personal y económico), partiendo en muchos casos de orígenes humildes. Multitud de personas, y sobre todo adolescentes, sueñan (o hemos soñado) con un triunfo similar: ser estrella del rock, un futbolista de alto nivel, etc.

Pero la realidad, que el tiempo se encarga de enseñarnos, es que la gran mayoría no lo conseguimos. La cuestión está en que la televisión sólo selecciona las historias que han triunfado, pero no resaltan cuántos, con el mismo contexto inicial, no han llegado al mismo escenario. Las entrevistas resultantes forman una muestra sesgada de personas en dificultades y componen un retrato engañoso. No conseguir dichas metas puede causarnos frustración porque parece que muchas personas lo logran.

Algo parecido ocurre con las malas noticias: accidentes, asesinatos, guerras... Por muchas muertes que vemos en televisión observamos que a nuestro alrededor no muere tanta gente. Todos nuestros conocidos siguen vivos e incluso sin ninguna enfermedad grave. Además, solemos viajan mucho y no solemos tener ningún percance de los que nos enseñan en los medios de comunicación. Cosa que es normal, ya que el 99,99998 % de las personas no son asesinadas, ni tienen accidentes graves, ni son arrestadas, ni participan en una guerra... Pero los medios se centran en las pocas que sí lo son. Lo repiten una y otra vez, por la mañana, por la tarde y por la noche, nos enseñan a los familiares de las víctimas y nos relatan con detalles el suceso hasta la saciedad. Otra vez los medios sólo informan sobre una muestra sesgada.

La característica básica de cualquier buen sistema de muestreo es una muestra aleatoria. La muestra aleatoria tiene como objeto asegurar que todos los miembros de la colección de objetos muestreados tengan la misma probabilidad de aparecer en la muestra. Así, si queremos estudiar el nivel de los productos hortofrutícolas de Almería debemos elegir una muestra aleatoria de toda la provincia y no mucha cantidad de un pueblo particular.

Una noticia, efectivamente, se refiere a un hecho novedoso o atípico, pero si los medios usan una muestra sesgada realmente no están informando de cómo está realmente el mundo y, por tanto, nos transmiten una imagen distorsionada de la realidad.

Puede resultar cómico, pero después de cada suceso podrían indicar un dato estadístico de este tipo:

"Esté tranquilo, recuerde que el 99,9 % de las personas no suele tener este accidente."

Parece que ser feliz, normal, seguir vivo y estar sano no vende o no interesa aunque sea la realidad más representativa.

4. La media no está en el medio. $\int$

Se suele decir que la estadística es la manera más fácil de engañar a alguien (que no sabe estadística, añado yo). Uno de los conceptos más sencillos de entender y que todo el mundo ha estudiado es la media aritmética. Por sencillo que resulte, y aunque todo el mundo la haya estudiado en matemáticas, es sorprendente la cantidad de titulares de prensa y ruedas de prensa de políticos que usan este concepto para engañar y ocultar información. Parece que, aunque la hayamos estudiado, quizá la mala memoria, junto al propio término (media) que nos puede despistar, hayamos olvidado (sobre todo si eres político) una idea sencilla:

"La media no está en el medio."

Es decir, en un grupo de números, no tiene que haber la misma cantidad de números a un lado que a otro de la media. Una de las limitaciones de la media aritmética es que se trata de una medida muy sensible a los valores extremos; valores muy grandes tienden a aumentarla mientras que valores muy pequeños tienden a reducirla, lo que implica que puede dejar de ser representativa de la población.

Hay que saber varias cosas de la media:

- Que nos ocultan todo el batiburrillo del mundo real.
- Que pueden ser una excepción y no la norma. Pueden parecer lo corriente, cuando quizá se definan por ser extraordinarias, hallándose lejos de la mitad.

Resulta curioso que en el lenguaje diario, "medio" es una palabra que significa bajo o pequeño (del montón) pero cuando lo aplicamos a ingresos, sin embargo, la media es relativamente alta.

Si hablamos de números quizás no nos importe demasiado, pero si hablamos del sueldo medio en España quizá le prestaremos más atención. Esto se puede ilustrar con un ejemplo muy sencillo:

Imaginemos que un profesor dice que los resultados de su grupo de estudiantes han sido buenos, ya que la media de la nota académica es de un 5,2 (aceptarme esta media como buena). Pero la realidad es que, si suponemos que tiene 10 estudiantes, dos de ellos han obtenido un 10 y los otros ocho han obtenido un 4, es decir, sólo dos han superado la asignatura. "La media no está en el medio", ya que hay dos a un lado y ocho al otro lado.

Lo mismo ocurre con lo beneficios fiscales, las subidas de impuestos, la bajada de salarios, los precios medios de la vivienda, la esperanza de vida y un largo etcétera. Las medias lo mezclan todo. De ahí que sean útiles, pero debemos ir con pies de plomo cuando nos ofrecen una media como resumen. En el sueldo medio se puede meter desde el barrendero hasta el magnate de fondos de inversión que colecciona yates.

Si lo aplicamos al típico titular:

“El salario medio en España es de 22790 euros”

Podemos deducir rápidamente que pueden haber pocas personas que cobren mucho más de 22790 y muchas más que cobren menos, de tal modo que los pocos ricos suben la media de manera que da la sensación de que los sueldos en España son aceptables.

Como también sabréis, la estadística tiene otras herramientas para destripar los datos. Por ejemplo, en un artículo del idealista.com, tras el titular “El salario medio en España es de 22790 euros”, continua dando datos que nos reflejan la realidad de la situación. La moda, el salario más frecuente es de 16490 euros y la mediana, otro tipo de media que divide en dos la población, es de 19017 euros, es decir, la mitad de la población cobra más de este nivel y la otra mitad cobra más. Esto significa que hay pocos trabajadores con salarios muy altos pero que influyen notablemente en el salario medio.

A veces hay que usar la media porque, a pesar de todos sus riesgos, necesitamos una cifra que hable en nombre del grupo. Pero que sea útil depende sobre todo de que sepamos de antemano qué grupo es el que nos interesa. Si contemplamos las medias sin saber de dónde las hemos abstraído, nos llevará a confusión.

Lo que suelen ocultar los políticos es cómo han obtenido esas medias y qué datos han usado para calcular la media. En estos días de noticias económicas diarias no está de más recordar estas nociones de estadística básica para estar alerta cuando escuchamos la palabra “media”.

5. Un récord armónico. $\int$

Cuando se supera un récord debemos de tener en cuenta si ha sido independiente o dependiente de otros récords anteriores. Por ejemplo, en las olimpiadas los récords que se baten son dependientes de los anteriores. Cada nueva marca es el resultado de un esfuerzo competitivo que no es independiente de todos los intentos anteriores de realizar la misma proeza. Los saltadores de pértiga aprenden nuevas técnicas, se mejoran los trajes de los nadadores, etc.

Existen, sin embargo, otra clase de récords que surgen en secuencias de acontecimientos que, se da por hecho, son independientes entre sí. Un buen ejemplo es el récord de temperatura en la Tierra.

¿Podremos predecir el siguiente récord? ¿Nos pueden decir las matemáticas algo sobre si hay o no calentamiento global o, al menos, que la subida de temperatura no es aleatoria sino que forma parte de una tendencia sistemática no aleatoria? Esto es lo que se pregunta John D. Barrow en uno de los capítulos de su libro «El salto del tigre. Las matemáticas de la vida cotidiana». Barrow argumenta lo siguiente.

Supongamos que queremos medir la temperatura una serie de años y contar los récords que se producen. El primer año en que empezamos a medir la temperatura contará como el primer récord. En el segundo año, si la temperatura es independiente de la del año anterior, la probabilidad de que supere el registro del primer año es de $1/2$. Por tanto, la cantidad de años récord que esperamos en los dos primeros años es $1+1/2$. En el tercer año hay apenas dos formas en que las seis posibles clasificaciones (esto es, una posibilidad de uno entre tres) de las temperaturas de los años 1, 2 y 3 pueden producir un récord en este último año. Por tanto, el número de años récord después de tres años de registros es $1 + 1/2 + 1/3$. Si seguimos adelante se hallará que después de n años independientes de recopilación de datos, la cantidad esperada de años récord es la suma de una serie de n fracciones:

$$1+ \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots \frac{1}{n}$$

Ésta es la famosa serie “armónica”. Si llamamos H(n) a la suma total de n términos, tenemos que H(1) = 1; H(2) = 1,5; H(3) = 1,833; H(4) = 2,083; y así sucesivamente. Los más interesante acerca de la suma de esta serie es que crece de forma muy lenta a medida que el número de términos aumenta, de manera que H (256) = 6,12, pero H (1000) = 7,49 y H (1000000) = 14, 39.

De hecho, cuando n se hace muy grade H(n) aumenta sólo tan rápido como el logaritmo de n y se aproxima muchísimo a 0,58 + ln(n).

¿Nos dice esto algo sobre los récords de temperatura y una posible subida de las temperaturas? Nos indica que los récords, cuando los acontecimientos se producen de forma aleatoria, son muy raros.

Supongamos que hubiéramos podido medir la temperatura en España desde 1748 hasta el 2004, un período de 256 años. Entonces predecimos que deberíamos de hallar sólo H (256) = 6,12, o aproximadamente seis récord de máximas (o mínimas) temperaturas y tendríamos que esperar más de un millar de años para tener posibilidades favorables de hallar siquiera ocho récord.

Si los nuevos récord se convierten en bastantes más comunes de lo que la serie armónica predice, significaría que los sucesos climáticos anuales ya no son acontecimientos independientes, sino que están empezando a formar parte de una tendencia sistemática no aleatoria.